

COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

PUBLIÉS,

CONFORMÉMENT A UNE DÉCISION DE L'ACADÉMIE

En date du 13 Juillet 1835,

PAR MM. LES SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

TOME QUATRE-VINGT-DIXIÈME.

JANVIER — JUIN 1880.

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE
DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES,
SUCCESSEUR DE MALLET-BACHELIER,
Quai des Augustins, 55.

1880

172

THIS PAGE LEFT BLANK INTENTIONALLY

(1463)

» Ainsi purifiée, cette substance a une couleur grise d'une teinte uniforme. Son odeur se rapproche de celle du goudron de l'Iraq. Le bitume qui est rejeté par la mer est lourd et dur. On le frelate en le mêlant à de la poix. Quand il est pur, sa couleur ne s'altère point en vieillissant. Celui que l'on extrait de la terre est meilleur que celui que l'on trouve sur le sol et il entre dans la composition de la thériaque. Ces deux espèces sont chaudes et sèches au troisième degré. On les adoucit en y mêlant de l'huile. Les habitants du pays s'en servent ainsi pour en frotter leurs vignes et les préserver des ravages des insectes.

» Les gens de cette contrée, ajoute ce voyageur, nous racontèrent que pendant l'hiver on entend au sein de la mer Morte des grondements d'une extrême violence et des bruits qui ressemblent aux roulements du tonnerre. Ce phénomène leur apprend que la couche de bitume a été rompue. Ils se rendent alors sur la rive pour en recueillir les morceaux. »

» Cette notice est suivie de l'énumération des maladies pour le traitement desquelles les médecins arabes du moyen âge prescrivaient le bitume. Je n'ai voulu que signaler l'emploi du bitume de Judée pour préserver les racines des vignes et des arbres fruitiers des ravages des vers et des insectes, tel que je l'ai trouvé mentionné dans deux auteurs orientaux, dont l'un a vécu au XI^e et l'autre au XVII^e siècle. »

RAPPORTS.

GÉODÉSIE. — *Rapport sur un Mémoire de M. Peirce* ⁽¹⁾ *concernant la constante de la pesanteur à Paris et les corrections exigées par les anciennes déterminations de Borda et de Biot.*

(Commissaires : MM. d'Abbadie, Mouchez, Faye rapporteur.)

« Une des conquêtes les plus intéressantes de la Science, c'est assurément celle qui nous a appris qu'en faisant osciller un poids quelconque au bout d'un fil de longueur connue, près du pôle et à l'équateur, on pouvait en conclure la figure du globe terrestre. Tout se réduit à compter les oscillations en un temps donné et à mesurer la longueur du fil. Pour que le pendule batte la seconde aussi bien à l'équateur qu'au pôle, il faut, à l'équateur, le raccourcir de 5^{mm}. C'est de ces 5^{mm} qu'on déduit l'aplatissement par la formule de Clairaut. Si l'on obtient cette petite quantité à $\frac{1}{10}$ de millimètre près, on en tire l'aplatissement à $\frac{1}{60}$, c'est-à-dire avec une précision bien supérieure à celle que la célèbre Commission du système

(1) Voir un extrait de ce Mémoire dans les *Comptes rendus* de la séance précédente.

métrique avait obtenue en combinant l'arc de France avec celui du Pérou. Si l'on mesurait ces 5^{mm} à 0^{mm}, or près, on aurait la précision de $\frac{1}{500}$, supérieure à celle que donne aujourd'hui l'ensemble des mesures géodésiques actuellement connues.

» On est loin cependant d'avoir atteint ce degré de précision dans une mesure si simple en apparence, non seulement à cause des irrégularités du globe terrestre, mais surtout à cause des erreurs d'observation. C'est un échec sérieux pour la Science, et il importe de s'en rendre compte. Cet échec tient à deux sources d'erreur connexes qu'il aurait été bien facile d'éviter. On a mal calculé les effets de la résistance de l'air; on a trop compté sur la fixité des supports. Bessel, le premier, a montré que la réduction au vide qu'on applique depuis Bouguer aux observations du pendule doit être presque doublée. Il aurait fallu en conclure qu'on doit opérer dans le vide. En second lieu, on a fini par reconnaître que les supports d'un lourd pendule sont entraînés par lui ⁽¹⁾, en sorte que la pesanteur n'est pas seulement employée à faire osciller le pendule : une partie notable de cette force s'absorbe dans les oscillations communiquées au support. Il aurait fallu en conclure qu'on doit opérer avec un pendule très léger.

» Ces deux causes d'erreur sont connexes. En effet, si l'on donne au pendule une lourde masse, laquelle déplace forcément ses appuis pour peu qu'on l'écarte de la verticale, c'est pour lutter contre la résistance de l'air, faire durer plus longtemps les oscillations et en déterminer la durée avec plus d'exactitude. Supprimez l'air et vous pourrez réduire la masse au centième ou au millième, et par conséquent faire disparaître du même coup l'entraînement des supports et les incertitudes de la réduction au vide. On ne s'est pas avisé de cette solution si simple. Tout au contraire, une remarque ingénieuse de Bessel ayant donné l'idée qu'on parviendrait à éliminer l'influence de l'air, sans faire le vide, par une disposition particulière du pendule à réversion, on a été conduit à donner à celui-ci un poids considérable, tout en diminuant la stabilité du support afin de rendre l'instrument plus transportable.

» C'est alors que la seconde cause d'erreur, fortement accrue, a fini par frapper les observateurs : il ne s'agissait plus de centièmes, mais de dixièmes de millimètre. Malgré la remarquable exécution du pendule transportable construit par les frères Repsold, on n'avait réellement pas

(1) M. Peirce a lui-même insisté sur ce point dès 1875, à une époque où les observateurs croyaient fermement à la fixité absolue de leurs supports.

fait un progrès. Ce fut du moins le signal d'études fort sérieuses sur cette cause d'erreur, complètement négligée jusqu'alors. M. Hirsch trouva le moyen de la rendre frappante par une amplification optique considérable; M. Plantamour, aidé de cet appareil, en fit l'objet d'expériences décisives; MM. Cellier et Peirce la soumirent à l'analyse et parvinrent, indépendamment l'un de l'autre, à une formule de correction tout à fait pratique. Dans ces circonstances, M. Peirce, chargé par la Direction du Coast Survey, aux États-Unis, de l'étude de la pesanteur, a jugé que le moment était venu de soumettre à une révision minutieuse les déterminations fondamentales exécutées autrefois dans les divers pays. Pour ce qui regarde la France, il a repris les excellentes observations de Borda et de Biôt, afin de leur appliquer les corrections les plus délicates qu'indique aujourd'hui la théorie, en tenant compte non seulement de la réduction correcte au vide, mais aussi de la viscosité de l'air et de l'ébranlement des piliers. Admis libéralement par notre confrère M. le Directeur de l'Observatoire dans cet établissement, il a pu remettre à très peu près les supports de Biot dans leur état primitif, en les débarrassant des traverses dont MM. Laugier et Winnerl avaient, il y a bien longtemps, reconnu la nécessité pour leurs expériences sur des pendules d'horloge très lourds. Il a mesuré expérimentalement l'effet de leur oscillation, à peu près dans les circonstances où Biot avait opéré. Enfin il a déterminé lui-même la longueur du pendule simple par son propre appareil, et nous croyons, malgré le vice inhérent à cet appareil lui-même, pouvoir inscrire son résultat sur la même ligne que ceux qu'il est venu perfectionner. Nous avons ainsi :

	Longueur du pendule à Paris.	Altitude.
	mm	m
Par Borda.....	993,918	67
» Biot.....	993,913	74
» Peirce.....	993,934	74

» Voilà enfin un résultat entièrement digne de confiance; on peut espérer que la moyenne donne pour Paris, à l'altitude de 72^m environ, l'intensité de la pesanteur, à un cent-millième près, ou la longueur du pendule avec la précision d'un centième de millimètre.

» Si l'on considère l'intérêt qui s'attache de nouveau à cette question, un peu délaissée chez nous depuis cinquante ans, mais que l'Association géodésique internationale a remise à l'ordre du jour des grandes entreprises scientifiques, le travail que vient de faire M. Peirce à l'Observatoire

(1466)

ne paraîtra pas un simple hommage rétrospectif à deux illustres savants, Borda et Biot, mais un service réel rendu à la Science française. Nous prions l'Académie de vouloir bien en témoigner à M. Peirce toute sa satisfaction. »

Les conclusions de ce Rapport sont mises aux voix et adoptées.

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — Sur le problème de l'inversion. Mémoire de M. ELLIOT. (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires : MM. Bertrand, Hermite, Bouquet.)

« J'ai indiqué précédemment ⁽¹⁾ deux propriétés des fonctions $\Theta^{(q)}$ où entrent p intégrales abéliennes normales de première espèce et q intégrales normales de troisième espèce. Quand on remplace ces intégrales par des quantités arbitraires, $\Theta^{(q)}$ devient une fonction de $p + q$ variables indépendantes. Dans le nouveau travail que je sou mets au jugement de l'Académie, je me suis proposé de montrer comment, à l'aide de ces fonctions $\Theta^{(q)}$ et en suivant la marche de Riemann, on peut intégrer un système d'équations différentielles abéliennes étendues à des intégrales de troisième espèce. MM. Clebsch et Gordan ont traité ce problème ⁽²⁾ d'une façon toute différente, et les intégrales de troisième espèce qu'ils considèrent sont supposées infinies pour les deux racines qui correspondent aux deux branches d'un point double, ce qui nécessite l'emploi préalable d'une transformation birationnelle.

» En désignant par $u^{(i)}(x, y)$ et $v^{(k)}(x, y)$ les intégrales normales de première et de troisième espèce, les équations différentielles dont il s'agit sont

$$(1) \quad \begin{cases} \sum_{h=1}^{h=p+q} \frac{\Phi_h(x_h, y_h)}{F_y(x_h, y_h)} dx_h = du_i, & (i = 1, 2, \dots, p), \\ \sum_{h=1}^{h=p+q} \frac{\varphi_h(x_h, y_h)}{[\xi^{(k)}, \eta^{(k)}]_h F_y(x_h, y_h)} dx_h = dv_k, & (k = 1, 2, \dots, q). \end{cases}$$

$\Phi_i(x, y)$ est un polynôme du degré $m - 3$, $\varphi_k(x, y)$ un polynôme du degré

⁽¹⁾ Comptes rendus, 23 février 1880.

⁽²⁾ Theorie der abelschen Functionen.

THIS PAGE LEFT BLANK INTENTIONALLY